РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – БУРГАС
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ – СЕКЦИЯ БУРГАС

ЧЕТИРИНАДЕСЕТО СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА „СВ. НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ” – 27.11.2011 г.

Тема за девети клас

ТЕСТ

1. Числата $1-2\sqrt{3}$ и $1+2\sqrt{3}$ са корени на квадратното уравнение:

А) $x^2+2x-11=0$; **Б)** $x^2-2x-11=0$; **В)** $x^2+2x-8=0$; **Г)** $2x^2-2x-11=0$.

2. Дефиниционната област на израза $\left(\dfrac{2}{x^2+3x+2}-\dfrac{1}{x^2+5x+6}\right):\left(1-\dfrac{4}{x^2}\right)$ е:

А) $x\neq-3;\ x\neq-2;\ x\neq-1;\ x\neq0;\ x\neq2$; **Б)** $x\neq-3;\ x\neq-2;\ x\neq-1;\ x\neq0$;

В) $x\neq-3;\ x\neq-2;\ x\neq-1;\ x\neq0;\ x\neq4$; **Г)** $x\neq-2;\quad x\neq0;\ x\neq2$.

3. Най-малката стойност на израза $N=\dfrac{28}{1+\dfrac{6}{(x-1)^2+1}}$ е равна на:

А) 0; **Б)** 28; **В)** 4; **Г)** 1

4. Сравнете числата: $a=\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$, $b=1-\sqrt{3}$ и $c=\sqrt{3}$.

А) $a=b<c$ **Б)** $c<a=b$; **В)** $b<a<c$; **Г)** $c<b<a$.

5. Даден е ΔABC с $\angle BAC = 90°$ и $\angle ACB = 30°$. Точка O лежи на страната BC и е център на полуокръжност, допираща се до AB и AC. Да се намери $\angle BOA$.

А) 60°; **Б)** 105°; **В)** 45°; **Г)** 75°.

6. Равенството $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^3+\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^3+(x+1)^3+(x+2)^3=ax^3+bx^2+cx+d$ е тъждество. На колко е равен сборът $a+b+c+d$?

А) $\dfrac{57}{4}$; **Б)** $\dfrac{289}{4}$; **В)** 9; **Г)** 35.

7. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$, то стойността на сумата $\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}$ е равна на:

А) 3; **Б)** 2; **В)** 4; **Г)** 1.

8. Основата на ΔABC $(AC = BC)$ има дължина 28 *m*. Допирната точка P на външно вписаната окръжност, допираща се до страната AC, дели AC в отношение 1:7, считано от точка A. Намерете бедрото на триъгълника.

9. Намерете стойностите на параметъра k, за които системата

$$\begin{vmatrix} x+y=6 \\ 2x-(k+1)y=5 \end{vmatrix}$$

няма решение.

10. Даден е четириъгълник $ABCD$, за който $AB=5cm,\ BC=3cm,\ DC=7cm$. Вписаните окръжности в ΔABD и ΔBCD се допират до BD в точка M. Намерете дължината на страната AD.

11. За изразите $A=\dfrac{x}{x^2+y^2}-\dfrac{y(y-x)^2}{x^4-y^4}$ и $B=\dfrac{1}{x+y}$ при $x\neq\pm y$ е в сила:

А) $A=2B$; **Б)** $A=3B$; **В)** $A=B$; **Г)** $A=\dfrac{1}{B}$

12. Решенията на системата $\begin{vmatrix} \sqrt{2}x - \sqrt{3}x + 1 \le 0 \\ \sqrt{2}x > 2 \end{vmatrix}$ са:

А) $x \in \left[\sqrt{3}+\sqrt{2};+\infty\right)$; **Б)** $x \in \left(-\infty;\sqrt{2}\right)$; **В)** $x \in \left(\sqrt{2};\sqrt{2}+\sqrt{3}\right]$; **Г)** няма решение.

13. Изразът $\dfrac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} - \dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$ е равен на:

А) 2; **Б)** $2\sqrt{2}$; **В)** 1; **Г)** $3\sqrt{2}$.

14. При кои стойности на параметъра *a* уравнението $\dfrac{(a+2)x^2+(a+7)x+5}{x-1}=0$ има един корен?

15. Обиколката на задното колело на велосипеда на Пепо е два пъти по-голяма от обиколката на предното колело. Ако намалим обиколката на задното колело с 2 dm, а на предното увеличим с 4 dm, то за разстояние 120 m задното колело ще направи 20 оборота по-малко от предното. Намерете обиколката на предното колело.

16. Правоъгълен ΔABC със страни $AC=8cm$ и $BC=10cm$ е вписан в окръжност, като *BC* е най-голямата и хорда. За коя стойност на параметъра *a* точката с абсциса, равна на радиуса на окръжността, и ордината, равна на дължината на страната *AC*, е от графиката на функцията $f(x)=3x+a-1$.

А) $a=-21$; **Б)** $a=8$; **В)** $a=-8$; **Г)** $a=-6$.

17. Даден е ΔABC. Ъглополовящите *AD*, *BE* и *CP* се пресичат в точка *K*. Да се намери $\angle ABC$, ако той е два пъти по-голям от $\angle KPD$.

А) 90°; **Б)** 60°; **В)** 120°; **Г)** 80°.

18. Числата от интервала $[-2;2]$ са всички решения на неравенството:

А) $|x-3|(|x|-2)\le 0$; **Б)** $|x-2|(2+x)\ge 0$;

В) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{28}\,x\right)(|x|+2)\le 0$; **Г)** $\left(2+x^2\right)\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}|x|\right)\ge 0$.

19. За кои стойности на параметъра *a* уравнението $ax^2+2(a+1)x+a+3=0$ има два различни отрицателни корена?

А) $a\in(-\infty;0)\cup(0;1)$; **Б)** $a\in(-\infty;-3)$; **В)** $a\in(-\infty;-3)\cup(0;1)$; **Г)** $a\in(-\infty;0)$.

20. x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2+(p+1)x+\frac{1}{2}=0$. Ако p е цяло число и $x_1^2+x_2^2=k$, да се намерят всички стойности на *p*, за които корените на уравнението $x^2+2x+k=0$ са цели числа.

Задача

Нека *a* и *b* са естествени числа такива, че $a+b$ се дели на 2^{2010} , но не се дели на 2^{2011} и a^2+b^2 се дели на 2^{2011}, но не се дели на 2^{2012}. Да се намери най-високата степен на 2, която дели a^3+b^3.

Желаем Ви успех!

Резултатите ще бъдат публикувани на сайта на СМБ – Бургас, **www.smbburgas.com**, а закриването на състезанието е на **6.12.2011 г.** от **14:30 ч**. в ОУ „Бр. Миладинови" – Бургас.

ОТГОВОРИ НА ТЕСТА И ЗАДАЧАТА

1.	**Б)**	**11.**	**В)**
2.	**А)**	**12.**	**А)**
3.	**В)**	**13.**	**А)**
4.	**В)**	**14.**	$a \in \{-7; -2; 3\}$
5.	**Г)**	**15.**	16dm или 11dm
6.	**Г)**	**16.**	**Г)**
7.	**Б)**	**17.**	**Б)**
8.	16 *m*	**18.**	**Г)**
9.	k= -3	**19.**	**В)**
10.	9 *cm*	**20.**	p=0 ;p= -2

Задача

$a+b=2^{2010}.m$, $a^2+b^2=2^{2011}.n$**,** където m и n са нечетни числа.

$2ab=(a+b)^2-(a^2+b^2)=2^{4020}.m^2-2^{2011}.n$

$ab=2^{4019}.m^2-2^{2010}.n$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=2^{2010}.m.(2^{2011}n-2^{4019}m^2+2^{2010}n)$

$a^3+b^3=2^{2010}.m.2^{2010}.(3n-2^{2009}m^2)=2^{4020}.m.(3n-2^{2009}m^2)$

$3n-2^{2009}.m^2$ е нечетно число. Следователно 2^{4020} е най-високата степен.